Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

Институт математики, информационных технологий и физики

Отчет к исследовательской работе   
на тему «Решение систем дифференциальных уравнений   
первого порядка методом Рунге-Кутты»

                                                  Выполнил: студент 4 курса

 группы ОАБ-02.03.01-42

 Лаврентьев Михаил Андреевич

Проверила: ст. преподаватель

Ким Инна Геральдовна

Ижевск

 2022

Оглавление

[Постановка задачи 3](#_Toc72411173)

[Система дифференциальных уравнений 1-го порядка 4](#_Toc72411174)

[Метод Рунге – Кутты 5](#_Toc72411175)

[Примеры 7](#_Toc72411176)

[Пример 1 7](#_Toc72411177)

[Пример 2 8](#_Toc72411178)

[Приложение 9](#_Toc72411179)

[Код программы для примера 1 9](#_Toc72411180)

[Код программы для примера 2 10](#_Toc72411181)

[Список литературы 11](#_Toc72411182)

# Постановка задачи

Написать программу для решения систем дифференциальных уравнений первого порядка методом Рунге-Кутты.

# Система дифференциальных уравнений 1-го порядка

В общем виде систему из m дифференциальных уравнений 1-го порядка можно записать следующим образом :

,

где – неизвестные функции независимой переменной ,

– некоторые заданные функции.

**Теорема Коши**. Система дифференциальных уравнений 1-го порядка вместе с начальными условиями имеет единственное решение, если функции и их частные производные по всем аргументам ограничены в окрестности этих начальных условий. Речь идет о решении в какой-то области переменных .

Решение системы дифференциальных уравнений можно рассматривать как *вектор-функцию ,* компонентами которого являются функции , а набор функций - как вектор-функцию *,* т.е.

# Метод Рунге – Кутты

**Методы Рунге-Кутты** – большой класс численных методов решения задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. Первые методы данного класса были предложены около 1900 года немецкими математиками К. Рунге и М.В. Куттой.

Наиболее часто используется и реализован в различных математических пакетах (Maple, MathCAD, Maxima) *классический метод Рунге-Кутты*, имеющий четвертый порядок точности.

Основные достоинства метода:

1) хорошая точность при простом алгоритме;

2) явная схема;

3) шаг *h* можно менять на ходу, т. е. в процессе вычислений;

4) для начала расчета нужно только то, что дано в самой постановке задачи Коши;

5) легко переносится на систему дифференциальных уравнений первого порядка.

Метод Рунге-Кутты 4 порядка *для системы двух дифференциальных уравнений первого порядка:*

Формулы Рунге-Кутты для нахождения численного решения имеют вид:

# Примеры

## Пример 1

Дана система дифференциальных уравнений первого порядка

.

Ищем приближенное решение системы с помощью формул из метода Рунге-Кутты и сравниваем с точным решением на графике:



Синяя и красная кривые – точное решение системы. Точками обозначено приближенное решение системы.

## Пример 2

Дана система дифференциальных уравнений первого порядка

.



Синяя и красная кривые – точное решение системы. Точками обозначено приближенное решение системы.

# Приложение

## Код программы для примера 1































## Код программы для примера 2





















****

# Список литературы

1. Численные методы: учеб. пособие. Ч. 2. — 2-е изд., испр. и доп. — Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет», 2020.— 88 с.
2. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\_Рунге\_—\_Кутты](https://vk.com/away.php?to=https%3A%2F%2Fru.wikipedia.org%2Fwiki%2F%25D0%259C%25D0%25B5%25D1%2582%25D0%25BE%25D0%25B4_%25D0%25A0%25D1%2583%25D0%25BD%25D0%25B3%25D0%25B5_%25E2%2580%2594_%25D0%259A%25D1%2583%25D1%2582%25D1%2582%25D1%258B&cc_key=)